AL-KHWARAZMI
LEZIONS IN LENGHE FURLANE
2005

CLIL IN LENGHE FURLANE

LOGJICHE E INTELIGJENCE ARTIFICIÂL

Lezion I

prof. Adrian Cescje

Ce si intindial par inteligjence artificiâl (IA)?

Par inteligjence artificiâl si intindin lis prestazions di une machine costruide dal om che a produsin risultâts ecuivalents a azions dal om che si disin inteligjentis.

Ce ise la inteligjence artificiâl fuarte?

E je la cualifiche di inteligjence atribuide a une machine che fâs operazions algoritmichis compagn che lis fâs la ment umane, cence cjalâ il supuart fisic che lis fâs, eletronic o mecanic te machine, biochimic tal om.

Cuant si puedial dî che une machine e je inteligjente ?

Il test di Turing al da un criteri par dî che une machine e je inteligjente.
Il criteri si fonde suntune definizion comportamentâl, che e tradûs la *comprension mentâl* in espression osservabile/fenomeniche di compuartament definît inteligjent daûr di un criteri (p.e., il test di Turing).

Ce disial il Test di Turing ?

Cundizions

Si à di pensâ a une persone che e fâs domandis sei a une machine che a une altre persone.
Lis domandis a vuelin une rispueste, che e supon une inteligjence.
Sei machine sei la persone che a rispuindin a son platadis.
Cui che al domande al ricêf la rispueste scrite a machine, in maniere che la uniche pussibilitât par decidi cuale che e je la rispueste de persone interogade o de machine e stedi in te cualitât de rispueste.

Criteri

Se cui che al interoghe nol rive a distingui daûr des sôs domandis la machine de persone interogadis, si pues dî che la machine e je inteligjente.

Ce ise une procedure algoritmiche ?

Un algoritmi al è une procedure di pas elementârs (che no si puedin scomponi di plui di chel che a son), ben definîts, e al è simpri ben definît cemût fâ il pas sucessîf, in maniere che le puedi davuelzi ancje une machine.

Fasìn cualchi esempli di procedure algoritmiche

Es.: ‘Dividi un numar *n* par 3 in forme daviert algoritmiche e dâ il rest’

Rapresentìn il numar 7 cun	●●●●●●●
Scancele i prins 3 balins	●●●●
Sono restâts balins ?	SI
Conte i balins?	
Sono restâts 3 o plui balins?	SI
Scancele ancjemò 3 balins	●
Sono restâts 3 o plui balins?	NO
Inalore scrîf il balin restât e ferme	●

Lis proceduris matematichis di calcul e di dimostrazion sono algoritmichis?

Si, a son algoritmichis, ma par solit la carateristiche algoritmiche no je esplicite intes dimostrazions e intai calcui a cjâf. Tancj passaçs a son intuitîfs.
La carateristiche algoritmiche e je garanzie di procedure mecaniche, inalore obietive, inalore rigorose.

Lis dimostrazions de teorie gjeometriche euclideane e chês de aritmetiche sono simpri stadis stimadis rigorosis par vie che a son algoritmichis?

Si, ma stant che une vore di passaçs dimostratîfs dai teoremis di chês teoriis a jerin di nature *intuitive* e fondâts su la evidence, te ete dal logjicisim si stimà che cheste forme di rigôr no fos avonde: bisugnave passâ a une procedure dimostrative algoritmiche esplicitade par garantî il rigôr assolût.

Cemût si ise manifestade storichementri cheste rigorizazion de matematiche?

1.midiant dal obietîf de formalizazion logjiche e matematiche (Program di Hilbert)
2.midiant de mecanizazion algoritmiche dal calcul e des dimostrazions intindudis tant che calcui

Ce si intindial par formalizazion complete de matematiche?

La riduzion de matematiche a logjiche, e la riduzion de dimostrazion logjiche a calcul, esplicitât in forme algoritmiche.

In ce staie la procedure algoritmiche mecaniche di resonaments dimostratîfs?

E sta inte riduzion des proposizions che a fasin il resonament dimostratîf a secuencis di simbui daûr di un codiç, te lôr trasformazion in altris proposizions de stesse nature fin a la proposizion dal teoreme dimostrât. La procedure mecaniche e sta tal 1.lei i simbui, un a la volte, e 2.sostituîju un a la volte cul stes simbul o cuntun diferent dal codiç, 3.pas par pas, fin a la conclusion de procedure dimostrative, che al è l’ultin pas, e 4.fermâsi

Puartìn un esempli di dimostrazion tradizionâl e un di dimostrazion formâl - 1

Teoreme di Euclide (Elements, I-25) di dimostrâ

Se doi triangui ABC e DEF a àn doi lâts compagns in cubie e i tierçs discompagns, inalore l’angul maiôr al sta cuintri dal lât maiôr.

Dimostrazion discorsive

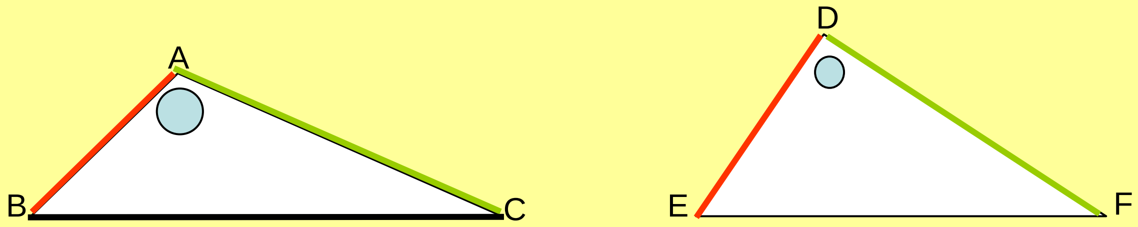
Che a sein AB = DE e AC = DF e BC > EF.

Se nol fos che *angul in A > angul in D*, inalore si varès o *angul in A = angul in D* o *angul in A < angul in D*.

Ma tal prin câs si varès BC = EF par vie dal criteri di avualiance dai triangui, e si larès cuintri de ipotesi; tal secont si varès di consecuence ancje BC < EF par vie di teoreme za dimostrât.

Par esclusion, si à inalore *angul in A > angul in D*

al continue....



Puartìn un esempli di dimostrazion tradizionâl e un di dimostrazion formâl - 2

Dimostrazion formâl

Si dan chestis regulis di deduzion, che la lôr coniunzion e je tautologjie

R1

$(A \wedge B) \rightarrow C$

$(A \wedge D) \rightarrow E$

$\boldsymbol{(A \wedge (B \vee D)) \rightarrow (C \vee E)}$

R2

$(A \wedge B) \rightarrow C$

$E \rightarrow B$

$\boldsymbol{(A \wedge E) \rightarrow C}$

R3

$A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$

$\boldsymbol{A \rightarrow C}$

R7

A

$A \rightarrow B$

$\boldsymbol{B}$

R4

A

B

$\boldsymbol{A \wedge B}$

R5

$(A \wedge B) \rightarrow C$

A

$\boldsymbol{B \rightarrow C}$

R6

$\neg B \rightarrow \neg A$

$A \rightarrow B$

Cheste la convenzion simbui/proposizions

p_0: *AB = DE*

p_1: *AC = DF*

p_2: *BC > EF*

p_3: *BC = EF*

p_5: *angul in A > angul in D*

p_4: *BC < EF*

p_6: *angul in A = angul in D*

p_7: *angul in A < angul in D*

Puartìn un esempli di dimostrazion tradizionâl e un di dimostrazion formâl - 3

Dimostrazion formâl

p_0: *AB = DE*	p_3: *BC = EF*	p_6: *angul in A = angul in D*
p_1: *AC = DF*	p_5: *angul in A > angul in D*	p_7: *angul in A < angul in D*
p_2: *BC > EF*	p_4: *BC < EF*	

p_0	Ipotesi
p_1	Ipotesi
p_2	Ipotesi
$(\neg p_5)\rightarrow(p_6 \vee p_7)$	Def. proprietât relazion ≤
$(p_0 \wedge p_1 \wedge p_6)\rightarrow p_3$	Teoreme: *Elements* I-4
$(p_0 \wedge p_1 \wedge p_7)\rightarrow p_4$	Teoreme: *Elements* I-24
$(p_0 \wedge p_1 \wedge (p_6 \vee p_7))\rightarrow(p_3 \vee p_4)$	Di 5 e 6 cun R1
$(p_0 \wedge p_1 \wedge (\neg p_5))\rightarrow(p_3 \vee p_4)$	Di 7 e 4 cun R2
$(p_3 \wedge p_4)\rightarrow \neg p_2$	Def. proprietât relazion ≤
$(p_0 \wedge p_1 \wedge (\neg p_5))\rightarrow(\neg p_2)$	Di 8 e 9 cun R3
$p_0 \wedge p_1$	Di 1 e 2 cun R4
$(\neg p_5)\rightarrow(\neg p_2)$	Di 10 e 11 cun R5
$(p_2)\rightarrow(p_5)$	Di 12 cun R6
p_5	Di 3 e 13 cun R7

Ce osservazions si puedino fâ su cheste dimostrazion?

Si pues osservâ che 1.ogni pas de dimostrazion al è costituît di formulis ben formadis daûr regulis di formazion e daûr regulis di trasformazion; 2.che ogni pas al dipent dai pas precedents de teorie; 3.che la dimostrazion e je fate intal ambient de teorie là che a esistin i simbui e lis regulis di formazion e di derivazion; 4.che la validitât de dimostrazion no dipent dal significât/interpretazion dai simbui e des formulis ma des regulis di trasformazion.

Ce rapuart si puedial pensâ tra pinsîr, teoriis e machinis?

Se si fâs ipotesi che il pinsîr al è algoritmic (dut o part par cumò nol impuarte di decidilu), e si manifeste midiant di lengaç/espressions linguistichis, dentri ambients là che si produsin dimostrazions, inalore a puedin sei machinis che a produsin in gracie de lôr nature algoritmiche lis stessis dimostrazions e a manifestin une inteligjence ecuivalente.

Ce plan di esplicazion si puedial preventivâ par rivâ a davuelzi cheste ipotesi?

1.1.Si à di dî ce che e je une teorie, e mostrâ la diference che e je tra teoriis informâls e teoriis formâls e completementri formalizadis, che a son chês che a presentin la massime esplicitazion dimostrative buine par confrontâ cu la azion di une machine

1.2.Si à di dî cualis che a son lis proprietâts ideâls di une teorie formâl o formalizade

2.1.Si à di dî cuâl che al è il rapuart tra une teorie logjiche e une teorie matematiche

2.2.Si à di dî cualis che a son lis proprietâts ideâls di une teorie logjic-matematiche e se si puedin assegnâ in forme complete a une teorie

2.3.Si à di dî se a esistin limits te costruzion di une teorie logjiche-matematiche ideâl

3.1.Si à di dî cuale che e je la machine ideâl che e pues davuelzi lis operazions dimostrativis de logjiche matematiche

3.2.Si à di dî se a esistin limits te costruzion di cheste machine ideâl

AL-KHWARAZMI
LEZIONS IN LENGHE FURLANE
2005

CLIL IN LENGHE FURLANE

LOGJICHE E INTELIGJENCE ARTIFICIÂL

Lezion II

prof. Adrian Cescje

1.0.
Ce ise une teorie?

Ce ise une teorie in gjenerâl ?

Une teorie e je un intun di proposizions, che e fâs che si produsin altris proposizions in coerence cun chês za fissadis o produsudis pe teorie daûr di resonaments che a rispietin regulis declaradis o sotintindudis. La teorie par solit e interprete une realtât extrateoriche, ma chest nol è necessari.
La proposizion conclusive di un resonament si le clame teoreme.

Cemût puedin diferenziâsi lis teoriis ?

Lis teoriis a puedin sei
1.1.informâls e
1.2.formâls,
2.1.assiomatichis e
2.2.no assiomatichis
3.1.(completementri) formalizadis e
3.2.no formalizadis

Definizions e esemplis. - 1

1.1.Une **teorie informâl** e je une teorie dulà che assiomis e regulis di dimostrazion a son implicitis, e lis proposizions a son metudis in forme discorsive e no simboliche.
Une religjon e pues sei un sisteme teoric informâl.
La teorie fisiche di Aristotel, compagn.

1.2.Une **teorie formâl** e je une teorie dulà che assiomis e regulis di dimostrazion a son esplicitadis e lis proposizions a son metudis in forme simboliche.
La fisiche di Newton e je une teorie formâl.

Definizions e esemplis. - 2

2.1.Une **teorie no assiomatiche** e je une teorie dulà che lis proposizions di base di dulà che si derivin chês altris, no son esplicitadis e indicadis daviert.

2.2.Une **teorie assiomatiche** e je une teorie dulà lis proposizions di base di dulà che si derivin chês altris, a son esplicitadis daviert.
La teorie gjeometriche euclideane e je une teorie assiomatiche. Euclide al indiche cinc postulâts e plui definizions.

Definizions e esemplis. - 3

3.1.Une **teorie no formalizade** e je une teorie dulà che lis proposizions e lis derivazions/dimostrazions si fasin cence regulis esplicitadis.

3.2.Une **teorie formalizade** e je une teorie dulà lis proposizions a son espressions ben formadis (*fbf: formule ben formade*) daûr regulis, dulà che lis dimostrazions a son daûr regulis esplicitadis, e ogni pas de dimostrazion al è il risultât de aplicazion des regulis a un o plui pas che a precedin.
I elements des espressions a son di considerâ tant che segns grafics, cence significât propri. La dimostrazion no dipent de intepretazion dai segns, ma nome des regulis che a trasformin proposizions/espressions in altris proposizions/espressions.

Il sisteme MIU al è un esempli di teorie formâl, assiomatiche e formalizade.

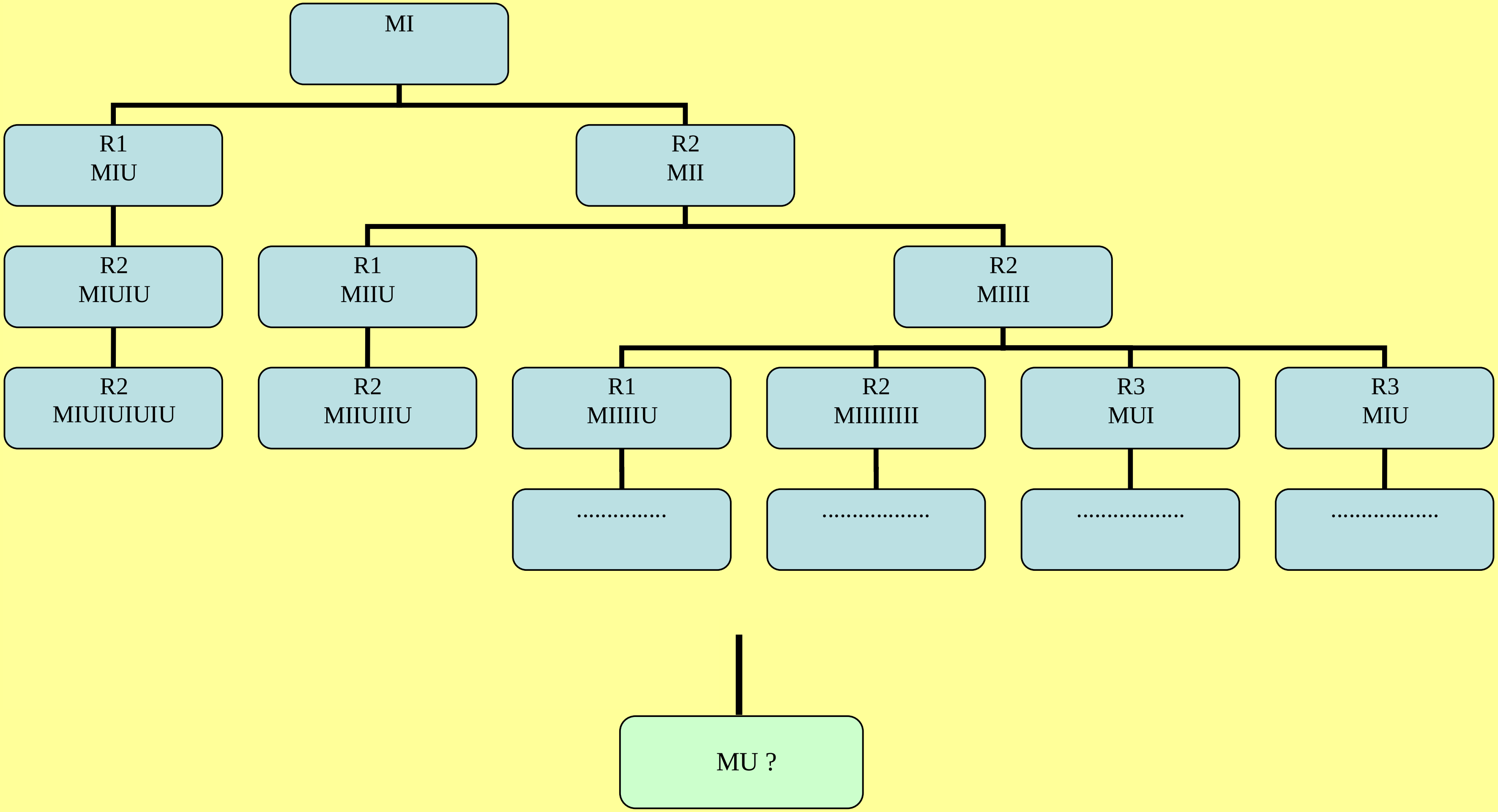
Presentìn il sisteme/teorie MIU - 1

Simbui	M, I, U
Assiomis	MI
Regulis di formazion des fbf	Ogni secuence dai simbui/espression e je une fbf
Regule di derivazion R1	Se une espression e finìs par I, si pues zontâ a diestre U
Regule di derivazion R2	Se si à M*x*, inalore si pues vê M*xx*
Regule di derivazion R3	Se si à tune espression III, si pues sostituî cun U
Regule di derivazion R4	Se si à tune espression UU, si pues scancelâ

Produsi ducj i teoremis di MIU in maniere sistematiche.

1.Aplicâ ogni regule, une daûr di chê altre, al assiome MI
2.Aplicâ ogni regule, une daûr di chê altre, ai teoremis derivâts tal prin pas
3.Aplicâ ogni regule, une daûr di chê altre, ai teoremis derivâts tal secont pas
e v.i.

Presentìn il sisteme/teorie MIU - 2



Probleme di decidibilitât: ‘MU isal un teoreme?’

Esistial un criteri par decidi se une espression-fbf e je un teoreme?

Criteri di teorematicitât:
‘Procedi in maniere sistematiche te derivazion fin che no si prodûs il teoreme’

Nol è un bon criteri, parcè che no si sa trop timp che al covente par vê rispueste. Il criteri bon al è cuant che si prodûs la rispueste intun timp finît e no indefinît.

Ce vino evidenziât cu la teorie MIU?

Si à evidenziât che
1. la derivazion di teoremis e je une procedure tipografiche: scrivi e scancelâ segns
2. la procedure e je ben definide, sot regulis
3. la procedure e je fate di pas discrets, e no di salts intuitîfs
4. il teoreme al è la ultime espression derivade di une liste di espressions derivadis
5. che la derivazion, stant che e je algoritmiche, e pues sei davuelte di une machine
6. che la rispueste a domandis metateorichis tant che ‘MU isal un teoreme de teorie?’ e varès di sei dade in forme algoritmiche e intun timp finît

1.2.
Cualis varessino di sei lis proprietâts ideâls di une teorie?

Ce proprietâts varessie di vê une teorie?

Lis proprietâts ideâls di une teorie a varessin di sei

1. la coerence/consistence
2. la decidibilitât
3. la completece
4. la computabilitât

La coerence

E je la condizion necessarie. Se une teorie no fos coerente/consistente no sarès nancje une teorie. Si manifeste disint che de teorie no puedin sei teoremis p e $\neg p$ intune.

La decidibilitât

E varès di esisti une procedure par decidi intun timp finît se une espression fbf de teorie e je o no je un teoreme.

La completece

E je la proprietât che dîs che une teorie e je complete se dutis lis fbf de teorie che a son veris, a son ancje teoremis de teorie.

La computabilitât

E je la proprietât che dîs che une teorie e je computabile se in ogni pas dal resonament si puedin produsi cun sigurece daûr des regulis di derivazion dutis lis proposizions dai pas sucessîfs

2.1.
Ce ise une teorie logjiche e une teorie logjiche matematiche?

Ce ise une teorie logjiche?

Une teorie logjiche e je une teorie dulà che i resonaments di derivazion a son fats su obiets che a son formis simbolichis; dulà che l'intindiment al è di garantî la validitât dal resonament no su la fonde de veretât des espressions, ma nome sul rispiet des regulis di derivazion.

Une teorie logjiche no pues che sei formâl, e il so status ideâl al è la formalizazion

Ce ise une teorie logjiche-matematiche?

Une teorie logjiche-matematiche e je une teorie logjiche che e formalize la teorie dai numars.
Ven a stâi, e je une teorie che e definìs/produs ogni numar,
che e definìs/prodûs lis relazions tra numars e/o intuns di numars,
che e definìs/prodûs lis operazions/funzions tra numars e/o intuns di numars
che e dimostre proposizions/teoremis su lis proprietâts dai numars.

I numars a son chei naturâi, chei intîrs, chei razionâi,... Ce teoriis ju tratino? Ce rapuart ?

I numars complès a son di intindi tant che cubiis di numars reâi cun ciertis proprietâts.
I numars reâi a son di intindi tant che cubiis di sucessions di numars razionâi.
I numars razionâi a son di intindi tant che cubiis di numars intîrs, cun ciertis proprietâts
I numars intîrs a son di intindi tant che numars naturâi cun ciertis proprietâts.
I numars naturâi a son definîts tune teorie assiomatiche formalizade cui assiomis di Peano.

Cemût puedie une teorie matematiche sei fondade di une teorie logjiche?

Bisugne che l’obiet carateristic di une teorie matematiche, il numar, al sei tratât ni plui ni mancul di un simbul de teorie. La teorie formalizade e trate segns diferents e lis lôr trasformazions. Ancje la aritmetiche e pues sei une teorie formalizade, fate di segns cumbinâts in fbf. Lis veretâts matematichis a deventin cussì lis ultimis espressions derivadis in forme valide, ven a stâi daûr des regulis.

Cuâl isal stât il program logjicist?

Il program logjicist al veve intindiment di ridusi dute la matematiche a logjiche.

2.2.
Cualis sono lis proprietâts ideâls di une teorie logjiche matematiche?

Cuâl isal stât il program di Hilbert?

Il program di Hilbert al jere di rivâ a vê une teorie autosuficiente, che e produsès/dimostràs no nome i siei teoremis internis, ma ancje lis afermazions metateorichis che a rivuardin lis sôs proprietâts, une volte tradusudis cun covenzions di pueste inte teorie stesse (autorefernzialitât).

In particolâr la teorie e varès vût di dimostrâ la sô stesse coerence.

La strade par rivâ a chest risultât e varès vût di sei chê de formalizazion complete, in mût che lis dimostrazions a fossin ad in plen algoritmichis.

Entscheidungsproblem: ‘Puedie la teorie logjiche-matematiche dimostrâ la sô stesse coerence?’

Cualis sono lis proprietâts ideâls di une teorie logjiche matematiche?

E varès di sei une teorie coerente, decidibile e complete, ven a stâi, che e dimostre dutis lis proposizions veris che le rivuardin, massime chê che e aferme la sô stesse coerence.

AL-KHWARAZMI
LEZIONS IN LENGHE FURLANE
2005

CLIL IN LENGHE FURLANE

LOGJICHE E INTELIGJENCE ARTIFICIÂL

Lezion III

prof. Adrian Cescje

Presentìn une teorie assiomatiche formalizade de aritmetiche cui assiomis di Peano -1

Regulis di buine formazion (fbf)

Bisugne disponi di regulis per formazion des espressions dal lengaç de teorie aritmetiche

01.**DEFINIZION DI NUMERÂI VARIABILIS E TIERMINS**

Clamìn formulis ben formadis (fbf) lis filzis di simbui dal lengaç che a son formadis daûr des regulis di buine formazion (Rbf).
Lis plui piçulis formis a son i atoms. Lis Rbf a son ricorsivis, ven a stâi si aplichis a fbf par formândi altris plui lungjis.
Si doprin i simbui *x* e *y* in forme convenzionâl par indicâ fbf, e *s*, *t*, *u* par indicâ altris tips di filzis dal sisteme aritmetic **A**. Naturâl che chescj no son simbui dal sisteme aritmetic A, ma dal so metalengaç che o doprìn par presentâlu.

01.01.Numerâi

0 al è un numerâl
Un numar precedût di al è ancje chel un numerâl
Es.: 0 S0 SS0 SSS0 SSSS0 ....

Presentìn une teorie assiomatiche formalizade de aritmetiche cui assiomis di Peano - 2

01.02. Variabilis

a e je une variabile, tant che b, c, d, ...

Une variabile seguide di un apiç e je anche chê une variabile, e e je une alternative par doprâ letaris diferentis

Es.: a a' a'''

01.03.Tiermins

Ducj i numerâi e dutis lis variabilis a son tiermins.

Un tiermin precedût di S al è ancje chel un tiermin.

Se *s* e *t* a son tiermins, a son tiermins ancje ($s + t$) e (st)

Es.: 0, b, SSa', (S0 (SSS0 + c))

01.04.Atoms

Se *s* e *t* a son atoms, a son atoms ancje $s = t$

Se un atom al à dentri une variabile *u*, inalore *u* e je une variabile libare dal atom

01.05.Negazion.

Une fbf precedude di $\neg$ e je une fbf.

01.06.Composcj

Se *x* e *y* a son fbf e nissune des variabilis libaris di une (libare: no cuantificade) e je cuantificade dentri di chê altre, inalore chestis a son fbf :

$x \wedge y \quad x \vee y \quad x \rightarrow y$

Presentìn une teorie assiomatiche formalizade de aritmetiche cui assiomis di Peano - 3

01.07. Cuantificazions

Se u e je une variabile libare e x e je une fbf dulà che u e je libare, inalore lis espressions che a vegnin daûr a son fbf:

E$u\ x$ $\forall u\ x$

01.08.Formulis viertis

A àn dentri almancul une variabile libare

01.09.Formulis sieradis o enunziâts

No àn dentri variabilis libaris: a son dutis cuantificadis.

Presentìnune teorie assiomatiche formalizade de aritmetiche cui assiomis di Peano - 4

02.REGULIS DI DEDUZION

02.01. Regule di particolarizazion RPa

Se e je une variabile che che e comparìs dentri de filze stringa x e se la filze $\forall u\ x$ *e je un teoreme, inalore e je un teoreme ancje la filze che si oten di* x *cu la sostituzion di* u *cuntun altri tiermin, baste che chest nol vedi dentri variabilis cuantificadis in* x*.*

Es.: $\forall a \ \neg Sa = 0$ al è un assiome, inalore un teoreme. La RP e fâs che si otegni chest teoreme $\neg S0 = 0$ par vê sostituide la variabile a cul tiermin 0.

02.02.Regule di gjeneralizazion RGj

E opere pal inviers di RP.

Se x al è un teoreme di AT e dentri e je la variabile libare u *, inalore* $\forall u\ x$ *al è un teoreme*

02.03.Regule di scambi RSc

Se u e je une variabile inalore lis filzis $\forall u \neg$ *e* $\neg \exists u$ *a son ecuivalentis e si puedin trasmudâ une cun chê altre*

02.REGULIS DI DEDUZION

02.04.Regule di esistence REs

Se un tiermin al comparìs une o plui voltis intun teoreme, inalore si podarà sostituî intune o plui o dutis lis sôs ocorencis cuntune variabile che e no comparìs za tal teoreme, cun denant il cuantificadôr esistenziâl.

Es.: $\forall a \; \neg \mathrm{S}a = 0$

Si sosituìs la variabile *a* cul tiermin *b*

$\mathrm{E}b \; \forall a \; \neg \mathrm{S}a = b$

02.05.Regulis pe avualiance

1. Simetrie RAS *Se r = s al è un teoreme inalore al è ancje s = r*
2. Transitivitât RAT *Se r = s e s = t a son teoremis, a son teoremis ancje r = t*

02.06.Regulis pal sucessôr

1. Introduzion di S RSI *Se r = t al è un teoreme, inalore al è teoreme ancje Sr = St*
2. Eliminazion di S RSE *Se Sr = St al è un teoreme, inalore al è teoreme ancje r = t*

02.REGULIS DI DEDUZION

02.07.Regule di induzion RIn

E je une regule che e varès di risolvi un probleme. Par capî il probleme, cjapìn in esam cheste colade di espressions gjeneradis in modalitât algoritmiche

(0 + 0) = 0
(0 + SS0) = SS0
(0 + SSS0) = SSS0
(0 + SSSS0) = SSSS0
(0 + SSSSS0) = SSSSS0
....

Ogni tiermin de colade si lu derive di chel precedent zontant un S in ogni membri de avualiance.

La filze
$\forall a\ (0 + a) = a$
e rapresente il câs, ma no si rive a vêle cu lis regulis dadis fin cumò. Dal vêr, chê espression e pant la totalitât da lis filzis, che a son potenzialmentri infinidis.
Ma une machine no pues fâ il salt al infinît!

Inalore al covente di zontâ une altre regule.

Presentìn une teorie assiomatiche formalizade de aritmetiche cui assiomis di Peano - 7

02.**REGULIS DI DEDUZION**

02.07.Regule di induzion RIn - 2

Regule di induzion RIn

Che e sedi X une proprietât par une variabile gjeneriche u: X[u]

Se u e je une variabile libare di une fbf X[u]

se a son teoremis $\forall u\,(X[u] \rightarrow X[Su])$ *e ancje X[0]*

inalore al è un teoreme ancje $\forall u\, X[u]$

ven a stâi la proprietât X e vâl par ogni variabile u.

Presentìn une teorie assiomatiche formalizade de aritmetiche cui assiomis di Peano - 8

02.ASSIOMIS

Assiomis di Peano

I assiomis gjenerâi de teorie a son chei dal Calcul predicatîf dal prin ordin cu la zonte di chei specifics pe Aritmetiche, individuâts di Peano ae fin dal 1800.

Assiome 1	$\forall a \ \neg Sa = 0$	0 nol è sucessôr di nissun numar
Assiome 2	$\forall a \ (a + 0) = a$	
Assiome 3	$\forall a \ \forall b \ (a + Sb) = S(a + b)$	
Assiome 4	$\forall a \ (a \ 0) = 0$	
Assiome 5	$\forall a \ \forall b \ (a \ \ Sb) = ((a \ b) + a)$	

Si conte ancje l’assiome di Induzion.

Presentìn une teorie assiomatiche formalizade de aritmetiche cui assiomis di Peano - 9

Esempli di dimostrazion di un teoreme

Dimostrâ il teoreme: **(SO + SO) = SSO**

1	$\forall a \ \ \forall b \ (a + Sb) = S\ (a + b)$	Assiome 3
2	$\forall b \ \ (SO + Sb) = S\ (SO + b)$	RP: SO
3	(SO + SO) = S (SO + O)	RP: O al sostituìs e al particolarize *b*
4	$\forall a \ \ \ (a + O) = a$	Assiome 2
5	(SO + O) = SO	RP: SO al sostituìs e al particolarize *a*
6	S (SO + O) = SSO	RS Introduzion di S
7	**(SO + SO) = SSO**	**RAT Transitivitât: riis 3, 6**

Si puedial pensâ di produsi ducj i teoremis de teorie A inte maniere de teorie MIU?

Si, la stesse procedure algoritmiche e pues sei aplicade a A.
Lis cumbinazions di ogni pas a son ce tantis di plui: daspò pôcs pas si rive a une vere esplosion di espressions, ma la pussibilitât teoriche di rivâ a vê la dimostrazion di un teoreme dât e esist.

Cemût si aial di considerâ la dimostrazion dade maimodant cu la procedure sistematiche e algoritmiche di produsi ducj i teoremis?

La dimostrazion dade no je nuie altri che une des filzis gjavade de procedure, dilunc une des tantis ramificazions (pensâ al câs di MIU). Ogni pas al è une ramificazione tra un grop e chel altri dal arbul di derivazion.

Ce si puedial dî de dimostrazion algoritmiche cun chês dadis a ment? o in maniere no formalizade?

La dificoltât di dimostrâ un teoreme cence jutori di machine, a ment, e sta tal fat che la ment e à di cjatâ la ramificazion che e puarte di un grop a chel altri a chel teoreme e nome a chel teoreme, tra tantis e tantis.
Il çurviel uman, massime il çurviel matematic, al rive a cjatâ chê juste scartant altris: al rive a dominâ la *complessitât orizontâl* de procedure sistematiche cu la intuizion, che e varès di sei nuie altri che la capacitât di saltâ lis cumbinazions che no puartin al risultât.

La dimostrazion no formalizade, discorsive-intuitive, e je une dimostrazion che e lasse sot intindût cualchi pas, cussì e rive a dominâ la *complessitât verticâl* de procedure algoritmiche.
Il çurviel uman al fâs economie.

AL-KHWARAZMI

LEZIONS IN LENGHE FURLANE

2005

CLIL IN LENGHE FURLANE

LOGJICHE E INTELIGJENCE ARTIFICIÂL

Lezion IV

prof. Adrian Cescje

2.3.
Sono limits te costruzion di une teorie logjiche-matematiche ideâl?

Cuale jerie la teorie logjiche matematiche ideâl par David Hilbert?

Hilbert al voleve un sisteme formâl/teorie de matematiche che al podès dimostrâ la sô stesse coerence/consistence, e che al fos tant complet di dimostrâ tant che teoremis dutis lis fbf veris.

Esistie une teorie logjiche che e je avuâl des pretesis ideâls di Hilbert?

Sì, e esist, e e je il *calcul proposizionâl* (dulà che a comparissin nome conetîfs ma no cuantificadôrs).

In chel calcul si pues dimostrâ che ogni teoreme al è une tautologjie e contrari, che al significhe la completece e decidibilitât, par vie che si pues dimostrâ cun procedure algoritmiche se une fbf e je une tautologjie, e di consecuence un teoreme.

Puedie sei tratade la aritmetiche nome cul calcul proposizionâl?

No, no pues. A coventin ancje i cuantificadôrs *dut/ogni* e *cualchi/al esist almancul un* e la formalizazion des relazions/predicjâts

Ce program metodologjic podevial rivâ a dimostrâ se la teorie matematiche e podeve sei une teorie ideâl, complete e che e dimostrave la sô stesse coerence?

Bisugnave formalizâ la aritmetiche, par po avalêsi di une tecniche par tradusi lis espressions metateorichis tant che ‘la teorie A e je coerente’ in espressions de teorie stesse, e dimostrâlis:

formalizâ, rapresentâ la teorie cui elements de teorie stesse, par calcolâ la dimostrazion.

In ce maniere si ise formalizade la teorie aritmetiche A?

Te lezion prin si è dât esempli di formalizazion de A.

Cun ce procedure si sono rapresentadis te teorie A lis proposizions metateorichis su di jê?

Kurt Goedel al cjatà une procedure che e je clamade la Goedelizazion de teorie.

Se si cjate un sisteme par dâ un numar in forme univoche ai segns, aes fbf, aes dimostrazions de teorie, inalore lis relazion matematichis tra di chescj numars a puedin significâ proposizions metatorichis tant che ‘la teorie A e je coerente’ o ‘T al è un teoreme e D e je la sô dimostrazion’

Po chestis relazions tra numars di Goedel (NG) che a significhin proposizions metateorichis su la teorie A, si puedin formalizâ te teorie stesse.

Cussì si pues pensâ di dimostrâlis tant che teoremis de teorie se a son veris.

Goedelizazion o rapresentazion de teorie A - 1

Cemût aial podût assegnâ i NG Goedel ai segns, a lis espressions e a lis dimostrazions di A?

Atribuzion di NG ai segns costants

$\neg$	1
$\vee$	2
$\rightarrow$	3
$\forall$	4
$=$	5
0	6
s	7
(	8
)	9
,	10

Goedelizazion o rapresentazion de teorie A - 2

Cemût aial podût assegnâ i NG Goedel ai segns, a lis espressions e a lis dimostrazions di A?

Lis variabilis numerichis a son *a*, *b*, *c*,...; lis variabilis proposizionâls a son *p*, *q*, *r*, ...; lis variabilis predicativis a son *P*, *Q*, *R*, ...

Variabilis numerichis: si assegna a ognidune un numar prin diferent, maiôr di 10
Variabili proposizionali: si assegne a ognidune il cuadrât di un numar prin maiôr di 10
Variabile predicativa: si assegne a ognidune il cubi di un numar prin maiôr di 10

Variabile numeriche	Numar di Goedel
a/x	11
b/y	13
c/z	17
Variabile proposizionâl	
p	11^2
q	13^2
r	17^2
Variabile predicative	
P	11^3
Q	13^3
R	17^3

Goedelizazion o rapresentazion de teorie A - 3

Cemût aial podût assegnâ i NG Goedel ai segns, a lis espressions e a lis dimostrazions di A?

Par rapresentâ une fbf, si fâs cussì :

Si assegne a la formule il numar unic che si à dal prodot dai prins 10 numars prins (par vie che i segns elementârs a son 10 in cheste formule), elevâts ae potence che e corispuint al numar di ogni segn.

Es.:

(	E	x	)	(	x	=	s	y	)
8	4	11	9	8	11	5	7	13	9

$m = 2^8\, 3^4\, 5^{11}\, 7^9\, 11^8\, 13^{11}\, 17^5\, 19^7\, 23^{13}\, 29^9$

Chest numar grandon al rapresente la formule.
Si viôt ancje ben che la assegnazion e je univoche stant che la scomposizion in fatôrs e je uniche.

Si puedial savê se une espression e je une fbf judantsi cui NG?

Si. Si assegnin i lôr numars ai segns, po si assegne il NG de espression.
Po si verifiche che a sein rispietadis ciertis condizions resonant sui numars.
P.e., nissune fbf o part ben formade e pues vierzisi cuntune ‘)’. Chest si pues verificâ su la scomposizion in fatôrs dal NG: te scomposizion nol pues sei che un fatôr di esponent 9 al vegni prin di un fatôr cul esponent 9.
E je une verifiche algoritmiche e e pues fâle ancje une machine.

Goedelizazion o rapresentazion de teorie A - 4

Cemût si puedial rapresentâ la proposizion che une cierte secuence di fbf e je une dimostrazion di une fbf ?

La fbf e à un numar di Goedel

La secuence dimostrative si le rapresente cuntune fatorizazion di numars prins che a àn ognidun a esponent i NG di ogni fbf dai pas de secuence.

Es.:

$(\forall b)(E[\neg\forall\neg]a)\ (a = sb) \Rightarrow$ NG $m = 2^8\, 3^4\, 5^{13}\, 7^9\, 11^8\, 13^1\, 17^4\, 19^1\, 23^{11}\, 29^9\, 31^8\, 37^{11}\, 41^5\, 43^7\, 47^6\, 49^9$

$(E[\neg\forall\neg]a)\ (a = s0) \Rightarrow$ NG $n = 2^8\, 3^1\, 5^4\, 7^1\, 11^{11}\, 13^9\, 17^8\, 19^{11}\, 23^5\, 29^7\, 31^6\, 37^9$

La secuence e à NG $k = 2^m \times 3^n$

Dî che 3^n al è fatôr ultin dal numar k inte fatorizazion convenzionade, al significhe che la secuence di NG k e je une dimostrazion de fbf cul NG $j = 3^n$.
La relazion di pues tradusi in fbf de teorie.

Se D al significhe ‘e je une dimostrazion’, inalore si à:

$D\ (k, j)$, che e je une particolarizazion de formule plui gjenerâl $D\ (a, b)$.

Goedelizazion o rapresentazion de teorie A - 4

Ce aial concludût Goedel par rispuindi al program di Hilbert ?

La rispueste di Geodel e je un famôs teoreme dal 1931 (*Teoreme di Goedel*) che al è masse complès par presentâ.

Indi presentìn lis conclusions.

La coerence de teorie si pues esprimi cu la proposizion gjenerâl che no puedin sei teoremis de teorie tant la fbf G che la fbf $\neg G$.

Prin teoreme di Goedel

1.Goedel prin al dimostre che se la proposizion metateoriche G, che e dîs ‘la teorie A e je coerente’, si podès dimostrâle e e fos un teoreme, inalore si varès di dimostrâ ancje $\neg G$. E l’incontrari.

Cussì la conclusion e je che, par che no sedi incoerente la teorie A, no si pues dimostrâ ni che G al è teoreme, ni che $\neg G$ al è teoreme. Cheste e je une situazion di INDECIDIBILITÂT.

Goedelizazion o rapresentazion de teorie A - 4

Ce aial concludût Goedel par rispuindi al program di Hilbert ? - 5

Secont teoreme di Goedel

Goedel al costruìs une formule che e dîs: '*e esist almancul une formule di A che no je dimostrabile*', che e tradûs la proposizion vere: '*se la teorie A e je vere, e je ancje incomplete*'. Clamìnle H.

Inalore $H \to G$ e je une fbf vere de teorie. Goedel ancje le dimostre, e inalore e je un teoreme.

Ma H no si pues dimostrâle. Se e fos dimostrabile, stant che ancje $H \to G$ e je une teoreme, pe regule dal *modus ponens* e sarès dimostrade ancje G, cuintri ce che al veve dit il prin teoreme di Goedel.

La conclusion e je che almancul une fbf vere de teorie, la formule *H*, no je un teoreme, cussì che la teorie A e je INCOMPLETE, E ANCJE ESSENZIALMENTRI INCOMPLETE.

AL-KHWARAZMI

LEZIONS IN LENGHE FURLANE

2005

CLIL IN LENGHE FURLANE

LOGJICHE E INTELIGJENCE ARTIFICIÂL

Lezion V

prof. Adrian Cescje

3.1.

Cuale ise la machine ideâl che e puedi davuelzi lis operazions logjichis matematichis?

Esistie une machine che e puedi davuelzi lis operazions di dimostrazion logjiche-matematiche?

Lis operazions di derivazion logjiche-matematiche a son operazions algoritmichis, cemût che si à vût mût di viodi. Alan Turin al à definide une machine, la Machine di Turing (MT), che e davuelç operazions logjichis-matematichis.

Daûr de **Tesi di Church-Turing** dutis lis machinis che a davuelzin operazions logjichis-matematichis o algoritmichis a son ecuivalentis ae machine di Turing.

Di plui, si pues dî ancje che un compuartament, un resonament al è algoritmic propri parcè che lu trate/lu davuelç une Machine di Turing.

Si trate di costruî une machine che

1. e lei segns che i son dâts tant che istruzions
2. e lei segns che i son dâts tant che dâts di trasformâ (a puedin sei assiomis e teoremis di un teorie; a puedin sei informazions di tratâ, tant che numars par fândi argoments di funzions/operazions matematichis e v.i.)
3. e trasformi filzis di segns in altris filzis di segns.

I segns a puedin sei di nature arbitrarie: baste nome che a fasin sisteme, dulà che e conte la distinguibilitât simultanie di ogni segn rispiet a chel altri. Un codiç di segns numerics che al è une vore util di lei pes machinis al è il codiç di numerazion binarie, 1 e 0.

Presentìn la Machine di Turing MT

Pensìn une filze di cjaselis, potenzilmentri infinide.
Ogni cjasele e à dentri un di doi segns: 1 o 0.

				1	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**			

MT
1.e lei il segn di une cjasele,
2.si sposte a diestre (D),
3.si sposte a çampe (Ç),
4.e sostituìs 0 cun 1 o 1 cun 0;
5.e lasse il simbul che al è scrit;
7.si ferme

A ogni pas la MT e à di sei intun *stât interni*, ven a stâi, intune disponibilitât a operâ une cumbinazion des operazions sore ditis.

Une MT si definìs cuntune cuadruple di elements tant che
$q_i\ S_m q_j\ S_n$
dulà che
q_i *e* q_j a son stâts internis
S_m al è il segn di leture e S_n al è il segn di scrivi

Presentìn un esempli di Machine di Turing MT

La **MT UN×2** , che e moltipliche par 2 un numar in notazion unarie, si definìs cussì:

0	**0**	→	0	**0**	D	0	1	1	1	0	0	0	0		0	1	1	1	0	0	0	0		01
0	**1**	→	1	**0**	D	0	1	1	1	0	0	0	0		0	0	1	1	0	0	0	0		02
1	**0**	→	2	**1**	Ç	0	0	1	1	0	0	0	0		0	0	1	1	1	0	0	0		04
1	**1**	→	1	**1**	D	0	0	1	1	0	0	0	0		0	0	1	1	0	0	0	0		03
2	**0**	→	3	**0**	D	0	0	1	1	1	1	1	0		0	0	1	1	1	1	0	0		10
2	**1**	→	4	**0**	D	0	0	1	1	1	0	0	0		0	0	1	0	1	0	0	0		05
3	**0**	→	0	**1**	STOP	0	0	1	1	1	1	0	0		0	0	1	1	1	1	1	1		12
3	**1**	→	3	**1**	D	0	0	1	1	1	1	0	0		0	0	1	1	1	1	0	0		11
4	**0**	→	5	**1**	Ç	0	0	1	0	1	0	0	0		0	0	1	0	1	1	1	0		07
4	**1**	→	4	**1**	D	0	0	1	0	1	0	0	0		0	0	1	0	1	0	0	0		06
5	**0**	→	2	**1**	Ç	0	0	1	0	1	1	1	0		0	0	1	1	1	1	0	0		09
5	**1**	→	5	**1**	Ç	0	0	1	0	1	1	1	0		0	0	1	0	1	1	1	0		08

Se p.e. il numar al è 3, scrit cussì su la striche di cjaselis

0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

al à di deventâ 6 scrit cussì su la striche di cjaselis.

0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

Pes notazions binariis 1/0 la codificazion e ju plui complesse stant che si trate di distingui in maniere univoche il 0 di un numar di istruzion o di leture e il 0 de estension ilimitade de striche.

Presentìn un esempli di Machine di Turing MT - 2

0	**0**	→	0	**0**	D		0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0		0	1	1	1	0	0	0	0		01
0	**1**	→	1	**0**	D		0	1	1	1	0	0	0	0		0	0	1	1	0	0	0	0		02
1	**1**	→	1	**1**	D		0	0	1	1	0	0	0	0		0	0	1	1	0	0	0	0		03
1	**0**	→	2	**1**	Ç		0	0	1	1	0	0	0	0		0	0	1	1	1	0	0	0		04
2	**1**	→	4	**0**	D		0	0	1	1	1	0	0	0		0	0	1	0	1	0	0	0		05
4	**1**	→	4	**1**	D		0	0	1	0	1	0	0	0		0	0	1	0	1	0	0	0		06
4	**0**	→	5	**1**	Ç		0	0	1	0	1	0	0	0		0	0	1	0	1	1	0	0		07
5	**1**	→	5	**1**	Ç		0	0	1	0	1	1	0	0		0	0	1	0	1	1	0	0		08
5	**0**	→	2	**1**	Ç		0	0	1	0	1	1	0	0		0	0	1	1	1	1	0	0		09

2	**1**	→	4	**0**	D		0	0	1	1	1	1	0	0		0	0	0	1	1	1	0	0		05
4	**1**	→	4	**1**	D		0	0	0	1	1	1	0	0		0	0	0	1	1	1	0	0		06
4	**0**	→	5	**1**	Ç		0	0	0	1	1	1	0	0		0	0	0	1	1	1	1	0		07
5	**1**	→	5	**1**	Ç		0	0	0	1	1	1	1	0		0	0	0	1	1	1	1	0		08
5	**0**	→	2	**1**	Ç		0	0	0	1	1	1	1	0		0	0	1	1	1	1	1	0		09

2	**0**	→	3	**0**	D		0	0	1	1	1	1	1	0		0	0	1	1	1	1	1	0		10
3	**1**	→	3	**1**	D		0	0	1	1	1	1	1	0		0	0	1	1	1	1	1	0		11
3	**0**	→	0	**1**	STOP		0	0	1	1	1	1	1	0		0	0	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**		12

Presentìn une codificazion des tantis MT

La filze doprade te MT e pues sei codificade cuntune convenzion numeriche.

Si puedin codificâ ‘D’, ‘Ç’, ‘Stop’, ‘→’, ‘,’ cun 110, 1110, 11110, 111110, 1111110, e si pues meti 0 pal 0 e 10 pal 1, cussì che une istruzion tant che

1	**0**	→	10	**1**	Ç

e pues sei codificade cun 1001111101001011110

Se si cjape dute la liste des istruzions che a fasin une MT e si metin in secuence, separantlis cul numar che al rapresente ‘,’, e salte fûr une filze di 1 e 0, che e pues sei interpretade tant che il numar *n* che al caraterize in maniere univoche une MT.
La MT e pues jessi indicade cun T_n.

Inalore, si pues dî che ogni numar al podarès definî une MT a ciertis condizions sintatichis (p.e. nol pues sei che il numar al scomenci cun 111110 che al rapresente →, o che prin dal numar 1111110 che al rapresente ‘,’ no sein o 110 o 1110 o 11110, e v.i.).
Ma no dutis lis T_n a funzionin.

Esistie une machine ideâl che e puedi davuelzi dutis lis operazions di dimostrazion logjiche-matematiche, ancje chês che a varessin di dimostrâ la autocoerence de aritmetiche?

La rispueste e pues vignî di une ipotesi di costruzion di une MT che e puedi decidi se une MT si ferme o no. Chest si lu clame *il probleme de fermade*.

Une MT che si ferme daspò di vê operât, e je une MT che e à davuelt il so algoritmi; ven a stâi, e à dade une rispueste.

Il probleme de fermade di une MT al è analic al probleme de decidibilitât intune teorie.
Se par une teorie dulà che i teoremis a son computabii no si rive però a vê un algoritmi di decision par une fbf gjeneriche, se e je o no un teoreme, si pues pensâ par analogjie che no si puedi risolvi nancje il probleme de fermade, e che no esisti une MT che lu risolvi.

AL-KHWARAZMI
LEZIONS IN LENGHE FURLANE
2005

CLIL IN LENGHE FURLANE

LOGJICHE E INTELIGJENCE ARTIFICIÂL

Lezion VI

prof. Adrian Cescje

3.2.

Esistino limits te costruzion di une machine ideâl che e risolvi ogni probleme dimostratîf?

Cemût si puedial definî une MT ideâl?

Cjapìn la MT definide T_n che e opere sul numar *m*, che al rapresente l’input/la jentrade di une dimostrazion.
A son dôs lis pussibilitâts: o la T_n si ferme e e da il risultât di une dimostrazion o la T_n no si ferme e e va indenant al infinît.

Metìn che $H(n, m)$ e sei une MT che e rive a decidi se T_n si ferme o no.
La MT *H* e cjape in esam une *T* e e sa dî se si ferme, ven a stâi se e risolf il probleme, o no.
Se si ferme, e bute fûr il segn 1, se no si ferme e bute fûr il segn 0.

$H(n, m)$	**0** se $T_n(m) =$ □ (non si ferme)
	1 se $T_n(m)$ si ferme

Cemût si puedial definî une MT ideâl?

Fasìn cont di disponi une gridele dulà che in verticâl a man çampe o vin ducj i numars naturâi e lis MT che ur corispuindin, in orizontâl o vin ducj i numars naturâi che a son, un a la volte, i input/jentradis des MT.

In ogni cjasele de gridele al pues jentrâ un numar che al è il risultât de azion de MT T_n sul numar orizontâl *m*, e il so puest te gridele al varà coordenadis (*n*,*m*).

Po stâi che in tancj câs la T_n no si fermi. Inalore, par vê une gridele complete, bisugne prin fâ operâ la MT *H*(*n*,*m*). Se la T_n no si ves di fermâ, *H* e scrîf te cjasele 0 e no si lasse che T_n e operi; se si ferme, inalore si pues lassâ che T_n e operi e che e buti fûr te cjasele il numar che al à di risultâ.

n ↓	***m***→	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**...**
0		$R_{0,0}$	$R_{1,0}$	$R_{2,0}$	$R_{3,0}$	$R_{4,0}$	$R_{5,0}$	$R_{6,0}$	
1		$R_{0,1}$	$R_{1,1}$	$R_{2,1}$	$R_{3,1}$	$R_{4,1}$	$R_{5,1}$	$R_{6,1}$	
2		$R_{0,2}$	$R_{1,2}$	$R_{2,2}$	$R_{3,2}$	$R_{4,2}$	$R_{5,2}$	$R_{6,2}$	
3		$R_{0,3}$	$R_{1,3}$	$R_{2,3}$	$R_{3,3}$	$R_{4,3}$	$R_{5,3}$	$R_{6,3}$	
4		$R_{0,4}$	$R_{1,4}$	$R_{2,4}$	$R_{3,4}$	$R_{4,4}$	$R_{5,4}$	$R_{6,4}$	
5		$R_{0,5}$	$R_{1,5}$	$R_{2,5}$	$R_{3,5}$	$R_{4,5}$	$R_{5,5}$	$R_{6,5}$	
...		...	...	...	...	...	...	...	

Cemût operie *H* in maniere sistematiche?

Si à cussì une procedure algoritmiche par produsi **ogni secuence** computabile/algoritmiche.

Une MT de fate $Q(n, m) = T_n(n, m) \times H(n, m)$ le à produsude, che e je la cumbinazion des dôs MT *H* e *T*.

In altris peraulis, savint che si à previodude ogni pussibile *T* (ven a stâi, ogni pussibile MT) che e lavore su ogni numar *m*, o podìn pensâ se alc che al à un numar *m* al è computabil, al puedi sei computât di cualchi MT.

Se dutis lis MT pussibilis a lavorin su ducj i numars, la gridele e da dutis lis secuencis algoritmichis pussibilis. No'ndi scjampe nissune. Se e esist une secuence di numars, che a risultin di proceduris algoritmichis, a scugnin risultâ in cualchi rie de gridele!

Se però si ves di dimostrâ che e esist une secuence algoritmiche che no je in nissune rie, si varès dimostrât ancje che e esist une secuence algoritmiche che nissune MT le à produsude, cuintri la ipotesi che dutis lis MT a fossin stadis previodudis ta colone verticâl di man çampe.

Cemût operie *H* in maniere sistematiche?

Cemûti si dimostrial se $H(n, m)$ si ferme?

Te gridele, sostituìn i elements diagonâi cuntun numra sumât di 1.

n ↓	***m*** →	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**...**
0		$R_{0,0}+1$	$R_{1,0}$	$R_{2,0}$	$R_{3,0}$	$R_{4,0}$	$R_{5,0}$	$R_{6,0}$	
1		$R_{0,1}$	$R_{1,1}+1$	$R_{2,1}$	$R_{3,1}$	$R_{4,1}$	$R_{5,1}$	$R_{6,1}$	
2		$R_{0,2}$	$R_{1,2}$	$R_{2,2}+1$	$R_{3,2}$	$R_{4,2}$	$R_{5,2}$	$R_{6,2}$	
3		$R_{0,3}$	$R_{1,3}$	$R_{2,3}$	$R_{3,3}+1$	$R_{4,3}$	$R_{5,3}$	$R_{6,3}$	
4		$R_{0,4}$	$R_{1,4}$	$R_{2,4}$	$R_{3,4}$	$R_{4,4}+1$	$R_{5,4}$	$R_{6,4}$	
5		$R_{0,5}$	$R_{1,5}$	$R_{2,5}$	$R_{3,5}$	$R_{4,5}$	$R_{5,5}+1$	$R_{6,5}$	
...		...	...	...	...	...	...	...	

La operazion e je algoritmiche, cussì che si pues vê dal sigûr une MT de fate
$1 + Q(n, m) = 1 + T_n(n, n) \times H(n, n)$.

Stant che si veve dit che la gridele e veve di vê dentri ogni secuence computabile, la $1 + Q(n, m)$ e varès di sei dentri, parcè che e prodûs la secuence de diagonâl sumade di 1. Ma no pues sei dentri, parcè che la secuence e je diferente de prime rie almancul te prime jentrade, te seconde rie te seconde, te tierce rie te tierce e v.i. **Ven a stâi, la secuence no je in nissune rie, no je un output/jessude.**

La MT no si pues costruîle, e inalore *H*(*n*, *n*) no esist, cuintri de ipotesi fate.

Presentìn une altre forme di dimostrazion che no si pues costruî une MT che e decidi se lis MT si fermin o no.

Cjapìn la MT $1 + Q(n, n) = 1 + T_{\mathrm{n}}(n, n) \times H(n, n)$
Cheste MT e scugne vê un numar so che le identifiche te liste. Metìn che al sei k: $\mathrm{T}_k\ (n)$.

$$1 + Q(n, n) = 1 + T_{\mathrm{n}}(n, n) \times H(n, n) = \mathrm{T}_k\ (n).$$

Viodìn ce che al sucêt cuant che la MT e opere sul numar k, ven e dî sul stes numar che le identifiche:

$$1 + Q(k, k) = 1 + T_{\mathrm{k}}(k, k) \times H(k, k) = \mathrm{T}_k\ (k).$$

Se jê no si fermàs, ven a stâi, se al fos no decidibil il teoreme che par chel si son costruidis lis istruzions che lis identifiche il numar k, inalore o varessin la relazion false

$$1 + Q(k, k) = 1 + T_{\mathrm{k}}(k, k) \times 0 = \mathrm{T}_k\ (k).$$

Se la T no si ferme, H no le lasse partî, e da 0 e si zonte 1. Ma la avualiance e sarès inalore false.
Se chê si fermàs, o varessin ancjemò une relazion false:

$$1 + Q(k, k) = 1 + T_{\mathrm{k}}(k, k) \times 1 = \mathrm{T}_k\ (k).$$

Viodudis chestis contradizions che a vegnin de ipotesi che e esisti une MT H in condizion di decidi par ogni MT se si ferme o no, bisugne gjavâle vie.